

# Puissances d'exposant entier relatif.

## I) Définitions

Puissance d'exposant positif	Puissance d'exposant négatif
<p>Le nombre <math>a</math> est un nombre relatif et le nombre <math>n</math> est un entier supérieur ou égal à 1</p> <p><math>a^n = \underbrace{a \times a \times a \dots \times a}_{n \text{ facteurs}}</math> <math>a^n</math> se lit « <math>a</math> exposant <math>n</math> ».</p> <p><math>a^1 = a</math></p> <p><math>a^0 = 1</math> pour <math>a \neq 0</math></p> <p>Les cas particuliers sont :</p> <p><math>a^2</math> se lit « <math>a</math> au carré » <math>a^2 = a \times a</math></p> <p><math>a^3</math> se lit « <math>a</math> au cube » <math>a^3 = a \times a \times a</math></p>	<p>Le nombre <math>a</math> est un entier relatif différent de 0 et le nombre <math>n</math> est un entier supérieur ou égal à 1 :</p> <p>L'inverse de <math>a^n</math> se note <math>a^{-n}</math> et on a :</p> <p><math>a^{-n} = \frac{1}{a^n}</math>    <math>a^{-1} = \frac{1}{a}</math>    <math>a^{-2} = \frac{1}{a^2}</math></p>
<p><b>Exemples :</b></p> <p><math>2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32</math></p> <p><math>2000^1 = 2000</math></p> <p><math>19999^0 = 1</math></p> <p><math>(-5)^3 = (-5) \times (-5) \times (-5) = -125</math></p> <p><math>(-5)^2 = (-5) \times (-5) = 25</math></p>	<p><b>Exemples :</b></p> <p><math>2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{2 \times 2 \times 2} = \frac{1}{8} = 0,125</math></p> <p><math>3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}</math></p> <p><math>(-5)^{-4} = \frac{1}{(-5)^4} = \frac{1}{(-5) \times (-5) \times (-5) \times (-5)} = \frac{1}{625} = 0,0016</math></p>

## II) Propriétés et méthode de calcul

### 1) Formules

Les nombre  $a, b, m$  et  $n$  sont des entiers relatifs :

- $a^m \times a^n = a^{m+n}$
- $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$  ( $a \neq 0$ )
- $a^m \times b^m = (a \times b)^m$
- $(a^m)^n = a^{m \times n}$

### 2) Méthode et exemples:

**Exemple 1 :** Ecrire A sous la forme d'une seule puissance de 5

$A = \underbrace{5^2} \times \underbrace{5^4}$  ← On décompose chaque puissance en un produit

$A = 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5$  ← On compte le nombre de facteurs 5: Il y en a 6

Il y a 6 facteurs

Donc  $A = 5^6$  ← On donne le résultat

**Exemple 2 :** Ecrire A sous la forme d'une seule puissance de 5

$$A = \frac{5^6}{5^2}$$

← On décompose chaque puissance en un produit et on simplifie les fractions

$$A = \frac{5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5}{5 \times 5}$$

← On compte le nombre de facteurs 5 : Il en reste 4

$$A = \frac{5^4}{1} = 5^4$$

← On donne le résultat

Donc **A = 5<sup>4</sup>**

**Exemple 3 :** Ecrire B sous la forme d'une seule puissance de 3

$$A = \frac{3^4}{3^7}$$

← On décompose chaque puissance en un produit et on simplifie les fractions

$$A = \frac{3 \times 3 \times 3 \times 3}{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3}$$

← On compte le nombre de facteurs 3 : Il en reste 3

$$A = \frac{1}{3^3} = 3^{-3}$$

← On donne le résultat

Donc **A = 3<sup>-3</sup>**

**Exemple 4 :** Ecrire A sous la forme a<sup>n</sup>, où a est un nombre relatif et n un entier relatif

$$A = 5^3 \times 2^3$$

← On décompose chaque puissance en un produit

$$A = 5 \times 5 \times 5 \times 2 \times 2 \times 2$$

← On change l'ordre des facteurs et on les regroupe de façon à obtenir un produit de trois facteurs identiques

$$A = 10 \times 10 \times 10$$

← On écrit le produit obtenu sous la forme d'une puissance d'un nombre

$$A = 10^3$$

**Exemple 5 :** Ecrire A sous la forme a<sup>n</sup>, où a est un nombre relatif et n un entier relatif

$$A = (5^4)^3$$

← On décompose chaque puissance en un produit

$$A = 5^4 \times 5^4 \times 5^4$$

← On compte le nombre de facteurs 5 : Il y en a 12

$$A = 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5$$

← On écrit le produit obtenu sous la forme d'une puissance d'un nombre

$$A = 5^{12}$$

### III) Priorités opératoires

En l'absence de parenthèses, on calcule d'abord les puissances avant d'effectuer les autres opérations (multiplications, divisions, additions et soustractions)

On effectue ensuite les multiplications et les divisions avant les additions et les soustractions.

En présence de parenthèses, on effectue d'abord les calculs entre parenthèses

#### **Exemple 1 :**

$$A = 5 \times 7^3 = 5 \times 343 = 1715 \quad \longrightarrow \quad \text{On calcule d'abord les puissances}$$

#### **Exemple 2 :**

$$B = (5 + 2)^3 = 7^3 \quad \longrightarrow \quad \text{On effectue d'abord les calculs entre parenthèses}$$

$$B = 7^3 = 343$$