

Probabilité. Lien avec la fréquence.

I) Vocabulaire

1) Notion de hasard

Dire que le résultat d'une expérience est dû au hasard signifie qu'on ne pouvait pas prévoir de résultat avant de réaliser l'expérience.

Exemple 1

Nous lançons un dé à 6 faces numéroté de 1 à 6:

- il y a 6 résultats possibles : 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 et 6
- Lorsque nous lançons le dé nous ne savons pas à l'avance quel sera le chiffre obtenu.

Exemple 2

Nous lançons une pièce de monnaie et nous regardons sur quelle face nous tombons

- il y a 2 issues possibles : Pile ou Face
- Nous ne savons pas sur quelle face la pièce va tomber lorsque nous la lançons.

2) Définition d'une expérience aléatoire et de l'issue d'une expérience

Une expérience est dite aléatoire est une expérience dans laquelle intervient le hasard : on ne peut pas prévoir le résultat à l'avance. Les différents résultats possibles d'une expérience aléatoire sont appelés des issues.

Exemple 1

Le lancer d'un dé à 6 faces numéroté de 1 à 6 est une expérience aléatoire :

- il y a 6 issues possibles : 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 et 6
- Lorsque nous lançons le dé nous ne savons pas à l'avance quel sera le chiffre obtenu.

Exemple 2

Nous lançons une pièce de monnaie et nous regardons sur quelle face nous tombons

Cette expérience est aléatoire :

- il y a 2 issues possibles : Pile ou Face
- Nous ne savons pas sur quelle face la pièce va tomber lorsque nous la lançons.

3) Évènement

a) Définition

Un évènement est une condition qui peut être ou ne pas être réalisée lors d'une expérience

Exemples : Lors d'un lancer de dé à 6 faces numéroté de 1 à 6,

« Obtenir un nombre impair. » est un évènement. Les issues possibles sont 1 ; 3 et 5

« Obtenir le chiffre 6. » est un autre évènement. L'issue possible est 6

« Obtenir un nombre pair. » est un autre évènement.

Les issues possibles sont : 2 ; 4 et 6

« Obtenir le chiffre 7. » est un évènement qui ne peut pas se réaliser.

b) Évènement certain

Un évènement certain est un évènement qui se réalise toujours.

Exemples :

• Lors d'un lancer de dé à 6 faces numéroté de 1 à 6,

« Obtenir un nombre inférieur ou égal à 6 » est un évènement certain.

• Lors d'un lancer de pièce, « Tomber sur Pile ou Face » est aussi un évènement certain.

c) Évènement impossible

Un évènement impossible est un évènement qui ne peut pas se réaliser.

Exemples :

• Lors d'un lancer de dé à 6 faces numéroté de 1 à 6,

« Obtenir un nombre supérieur à 6 » est un évènement impossible ou

« Obtenir 0 » est aussi un évènement impossible.

d) Évènement élémentaire

Un évènement élémentaire est un évènement qui n'a qu'une seule issue

Exemples :

• Lors d'un lancer de dé à 6 faces numéroté de 1 à 6,

« Obtenir le chiffre 4. » est un évènement élémentaire.

« Obtenir un nombre pair. » n'est pas un évènement élémentaire car il a plusieurs issues (2 ;4 ;6) « Obtenir le chiffre 4. » est un évènement élémentaire.

« Obtenir un nombre pair. » n'est pas un évènement élémentaire car il a plusieurs issues

• Si on prend une carte au hasard dans un jeu de 32 cartes :

« Obtenir le roi de pique. » est un évènement élémentaire.

« Obtenir un roi. » n'est pas un évènement élémentaire car il a plusieurs issues (il y a 4 issues possibles le roi de pique, de carreau, de cœur ou de trèfle)

II) Probabilité

1) Définition intuitive

**La probabilité d'un évènement A peut s'interpréter comme la proportion de chances que cet évènement se réalise.
Cette probabilité se note P(A)**

Exemples :

Exemple 1

Nous lançons un dé à 6 faces numéroté de 1 à 6.

Quelle est la probabilité d'obtenir un nombre impair ?

Soit A l'évènement « Obtenir un nombre impair »

Nous avons : « 3 chances sur 6 d'obtenir un nombre impair » donc

$$P(A) = \frac{3}{6}$$

Exemple 2 Un sac contient 8 jetons dont 3 rouges, 2 bleus, 1 vert et 2 jaunes.

Quelle est la probabilité de tirer un jeton rouge ?

Soit B l'évènement : « Le jeton tiré est rouge »

Nous avons : « 3 chances sur 8 de tirer un jeton rouge » donc

$$P(B) = \frac{3}{8}$$

2) Propriété

La probabilité est une proportion de chance pour qu'un évènement soit réalisé. Elle a donc les mêmes propriétés que celles de la proportion :

- **La probabilité est comprise entre 0 et 1**
- **Elle est égale à 0 lorsque nous avons « aucune chance » de réaliser un évènement**
- **Elle est égale à 1 lorsque nous sommes certains de réaliser un évènement**

Exemples :

- Je lance un dé numéroté de 1 à 6.

J'ai 6 chances sur 6 d'obtenir un nombre inférieur ou égal à 6, la probabilité d'obtenir un nombre inférieur ou égal à 6 est : $\frac{6}{6} = 1$ (j'ai 100% de chance d'obtenir un tel nombre)

- J'ai 0 chance sur 6 d'obtenir un nombre supérieur à 7, la probabilité d'obtenir un nombre supérieur à 7 est : $\frac{0}{6} = 0$ (j'ai 0% de chance d'obtenir un tel nombre)

3) Différentes écritures

La probabilité peut s'écrire sous la forme :

- d'une fraction
- d'un pourcentage
- d'un nombre décimal

Exemples

Exemple 1 : Eléa lance une pièce de monnaie. Elle tombe soit sur Pile, soit sur Face.

Elle a $\frac{1}{2}$ d'obtenir Pile, on peut dire aussi qu'elle a 50% de chances d'obtenir Pile.

On peut aussi écrire : La probabilité d'obtenir Pile est 0,5 ($\frac{1}{2}=0,5$)

Pourcentage	50%
Fraction	$\frac{1}{2}$
Nombre décimal	0,5

Exemple 2 : Julien tire au hasard une carte dans un jeu de 32 cartes.

Il a une chance sur 4 d'obtenir un pique, en effet il y a 4 couleurs dans un jeu de cartes (carreau ; pique, cœur et trèfle). La probabilité d'obtenir un pique est : ($\frac{1}{4}=0,25=25\%$)

Pourcentage	25%
Fraction	$\frac{1}{4}$
Nombre décimal	0,25

III) Lien entre fréquence et probabilité

Si on réalise un très grand nombre de fois une expérience aléatoire, la fréquence d'apparition d'une issue devient proche de la probabilité de cette issue.

Exemple :

La probabilité d'obtenir le chiffre 6 lors d'un lancer de dé est $\frac{1}{6} = 0,16666666 \dots$

- Maintenant à partir d'un programme sur Scratch, l'ordinateur va simuler un lancer de dé 10 fois de suite. On note à la fin le nombre de fois où le chiffre 6 est apparu :

Programme



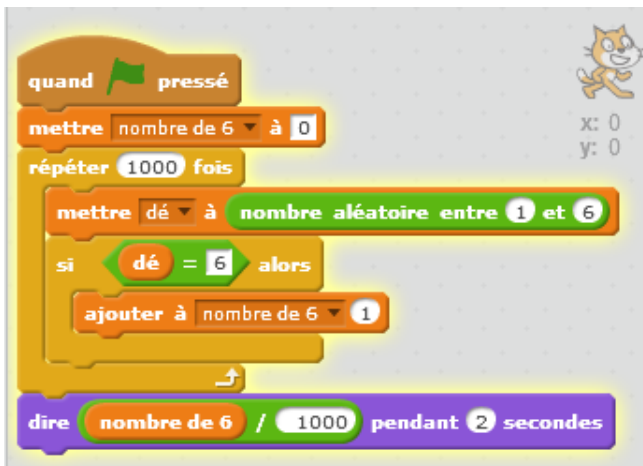
Une des réponses est :



Ce qui veut dire que sur ces 10 lancers, le chiffre 6 est apparu 4 fois.

Ce résultat est loin de la probabilité car le nombre de lancers est petit.

- Maintenant nous allons programmer sur Scratch un lancer de dé **1000 fois** d'affilé , on peut noter que la fréquence du nombre 6 est proche de sa probabilité les réponses données oscillent entre **0,16 et 0,18.**



Ce résultat devient très proche de la probabilité car le nombre de lancers est grand

- Nous allons programmer sur Scratch un lancer de dé **10 000 fois** d'affilé , nous pouvons noter que la fréquence du nombre 6 est encore plus proche de sa probabilité les réponses données oscillent entre **0,16 et 0,17**

```
quand flag pressée
mettre nombre de 6 à 0
répéter 10000 fois
mettre dé à nombre aléatoire entre 1 et 6
si dé = 6 alors
ajouter à nombre de 6 1
dire nombre de 6 / 10000 pendant 2 secondes
```

