

Multiples, diviseurs. Critères de divisibilité.

I) Division Euclidienne

Définition

Effectuer la division euclidienne d'un nombre entier a , appelé **dividende**, par un nombre entier b ($b \neq 0$), appelé **diviseur**, revient à trouver deux nombres entiers q et r , appelés respectivement **quotient** et **reste** vérifiant l'égalité :

$$\text{dividende} = \text{diviseur} \times \text{quotient} + \text{reste}$$

$$\begin{array}{r|l} a & b \\ r & q \\ \hline \text{dividende} & \text{diviseur} \\ \text{reste} & \text{quotient} \end{array}$$

ATTENTION : Le reste doit toujours être inférieur au diviseur

Exemple :

Effectuer la division euclidienne de 169 par 3 :

$$\begin{array}{r|l} 169 & 3 \\ \downarrow & \\ 19 & 56 \\ 1 & \end{array} \quad \text{Le quotient est 56 le reste est 1}$$

On peut vérifier la division euclidienne on a : $3 \times 56 + 1 = 168 + 1 = 169$
avec $1 < 3$

II) Multiples et diviseurs.

1) Définitions

a et b désignent deux nombres entiers positifs ($b \neq 0$):

Lorsque le reste de la division euclidienne de a par b est égale à 0, on dit que :

- a est un multiple de b .
- b est un diviseur de a .
- a est divisible par b .

Exemples

8 est multiple de 4
4 est un diviseur de 8
8 est divisible par 4 car :

$$\begin{array}{r|l} 8 & 4 \\ 0 & 2 \end{array}$$

$$8 = 4 \times 2$$

217 est un multiple de 7
7 est un diviseur de 217
217 est divisible par 7 car :

$$\begin{array}{r|l} 217 & 7 \\ 07 & 31 \\ 0 & \end{array}$$

Autre explication :

$$217 = 7 \times 31$$

III) Critère de divisibilité par 2 ; 3 ; 5 ; 9 et 10

Critère de divisibilité par 2 :	Un nombre est divisible par 2 (ou est un multiple de 2) si son chiffre des unités est 0 ; 2 ; 4 ; 6 ou 8.	<ul style="list-style-type: none">• 1 798 est divisible par 2 car son chiffre des unités est 2• 11 257 n'est pas divisible par 2 son chiffre des unités n'est ni 0 ; ni 2 ; ni 4 ; ni 6 ; ni 8
Critère de divisibilité par 3 :	Un nombre est divisible par 3 (ou est un multiple de 3) si la somme des chiffres qui le composent est divisible par 3 .	<ul style="list-style-type: none">• 12654 est divisible par 3 car $1+2+6+5+4=18$ et 18 est divisible par 3 ($6 \times 3 = 18$)• 17 452 n'est pas divisible par 3 car $1+7+4+5+2 = 19$ et 19 n'est pas divisible par 3.
Critère de divisibilité par 5 :	Un nombre est divisible par 5 (ou est un multiple de 5) si son chiffre des unités est 0 ou 5.	<ul style="list-style-type: none">• 2 795 est divisible par 5 car son chiffre des unités est 5 ;• 12 501 n'est pas divisible par 5 car son chiffre des unités n'est pas égal à 0 ni à 5.
Critère de divisibilité par 9 :	Un nombre est divisible par 9 (ou est un multiple de 9) si la somme des chiffres qui le composent est divisible par 9 .	<ul style="list-style-type: none">• 12654 est divisible par 9 car $1+2+6+5+4=18$ et 18 est divisible par 9 ($9 \times 2 = 18$)• 10 531 n'est divisible par 9 car $1+0+5+3+1 = 10$ et 10 n'est pas divisible par 9.
Critères de divisibilités par 10	Un nombre est divisible par 10 (ou est un multiple de 10) si son chiffre des unités est 0.	<ul style="list-style-type: none">• 12650 est divisible par 10 car son chiffre des unités est 0.• 153 n'est pas divisible par 10 car son chiffre des unités n'est pas égal à 0.