

# Fonction carré

## I) Définition

La fonction carré est la fonction définie sur  $\mathbb{R}$ , qui à tout réel  $x$  associe son carré  
 $x^2$ :  $f : x \mapsto x^2$

## II) Sens de variation de la fonction carré

### 1) Propriété :

La fonction  $f : x \mapsto x^2$  est décroissante sur  $]-\infty ; 0 ]$  et croissante sur  $[0 ; +\infty [$

### 2) Démonstration

Pour tous réels  $u$  et  $v$  tel que  $u \leq v$  on a :

$$v - u \geq 0 :$$

$$f(u) = u^2 \text{ et } f(v) = v^2$$

$$\text{Pour tous réels : } f(v) - f(u) = v^2 - u^2 = (v - u)(v + u)$$

#### • Pour $u$ et $v$ dans $[0 ; +\infty [$ :

On a :  $v - u \geq 0$  par hypothèse

La somme de deux nombres positifs est positive :  $v + u \geq 0$

De là :  $(v - u)(v + u) \geq 0$ . (Le produit de deux nombres positifs est positif)

Ainsi  $f(v) - f(u) \geq 0$  sur  $[0 ; \infty [$  **donc  $f$  est croissante sur  $[0 ; +\infty [$**

#### • Pour $u$ et $v$ dans $]-\infty ; 0 ]$ :

On a :  $v - u \geq 0$  par hypothèse

La somme de deux nombres négatifs est négative:  $v + u \leq 0$

De là :  $(v - u)(v + u) \leq 0$ . (Le produit de deux nombres de signes différents est négatif)

Ainsi  $f(v) - f(u) \leq 0$  sur  $]-\infty ; 0 ]$  **donc  $f$  est décroissante sur  $]-\infty ; 0 ]$**

### 3) Conséquences

**Si  $a$  et  $b$  sont deux réels positifs tel que  $a \leq b$  alors  $a^2 \leq b^2$**

**Si  $a$  et  $b$  sont deux réels négatifs tel que  $a \leq b$  alors  $a^2 \geq b^2$**

**Exemples :**

$$3 \leq 5 \text{ alors } 3^2 \leq 5^2 \text{ soit } 9 \leq 25$$

$$-5 \leq -3 \text{ alors } (-5)^2 \geq (-3)^2 \text{ soit } 25 \geq 9$$

#### 4) Tableau de variation de la fonction carré

$x$	$-\infty$	$0$	$+\infty$
$f(x)$		$0$	

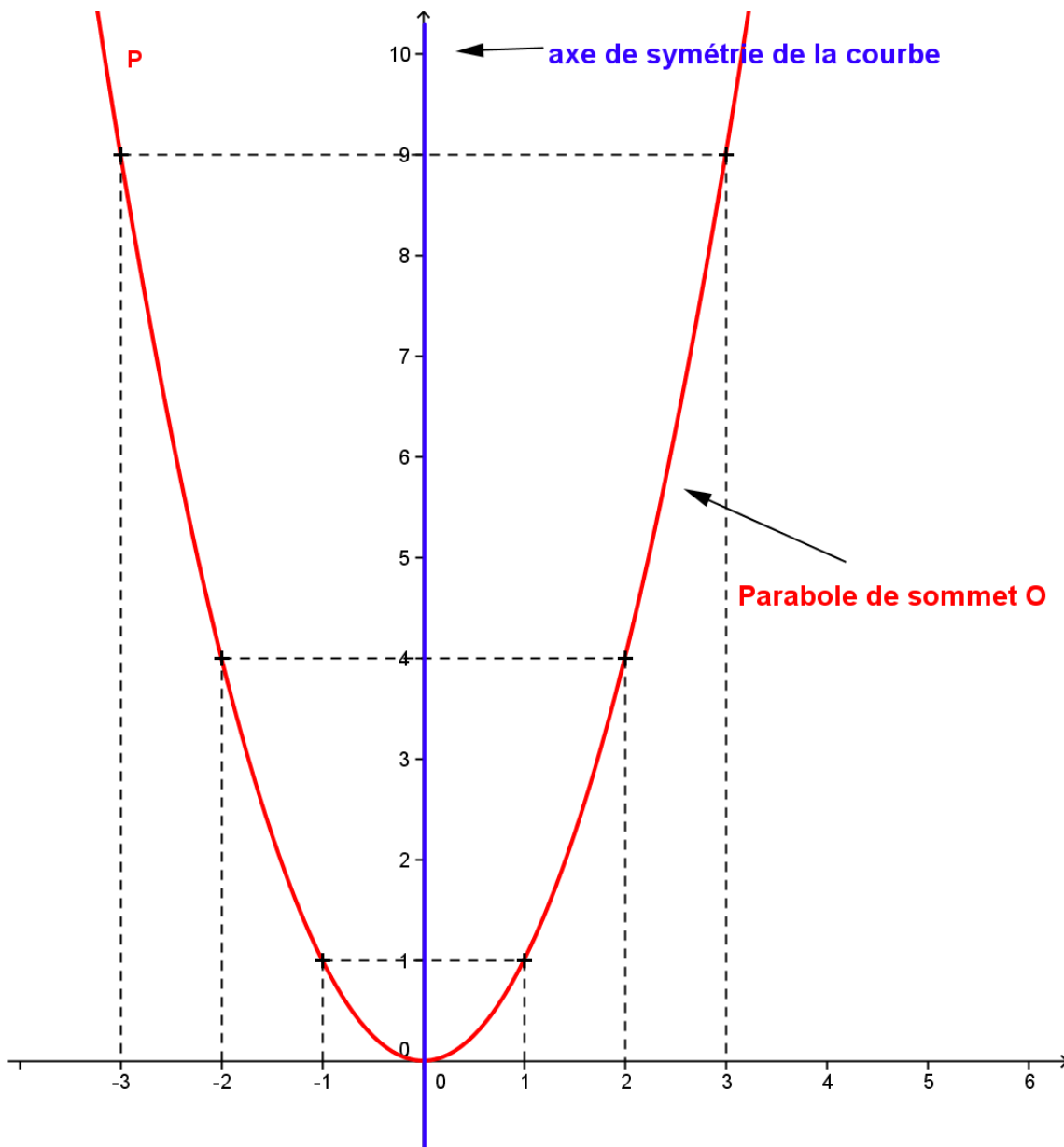
Diagram illustrating the variation of the function  $f(x)$  as  $x$  goes from  $-\infty$  to  $+\infty$ . The function value is  $0$  at  $x=0$ . Arrows indicate that the function decreases as  $x$  approaches  $-\infty$  and increases as  $x$  approaches  $+\infty$ .

### III) Courbe représentative de la fonction carré

#### 1) Tableau de valeur :

$x$	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$	9	4	1	0	1	4	9

#### 2) Représentation graphique de la fonction carré



### **3) Définition**

Dans un repère orthogonal d'origine  $O$  la représentation graphique de la fonction carré est appelé **parabole de sommet  $O$**

### **4) Propriété**

Dans un repère orthogonal d'origine  $O$  la parabole représentant la fonction carré admet un axe de symétrie : L'axe des ordonnées.