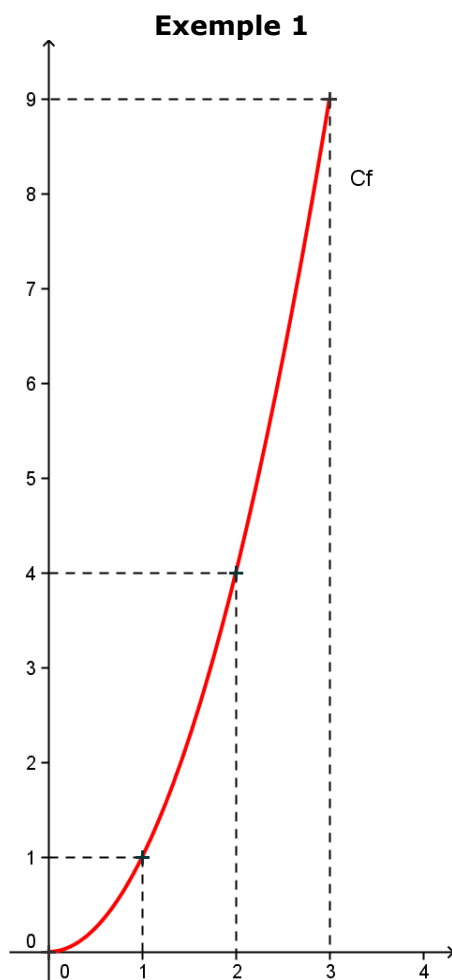


# Sens de variation et extremum de fonctions

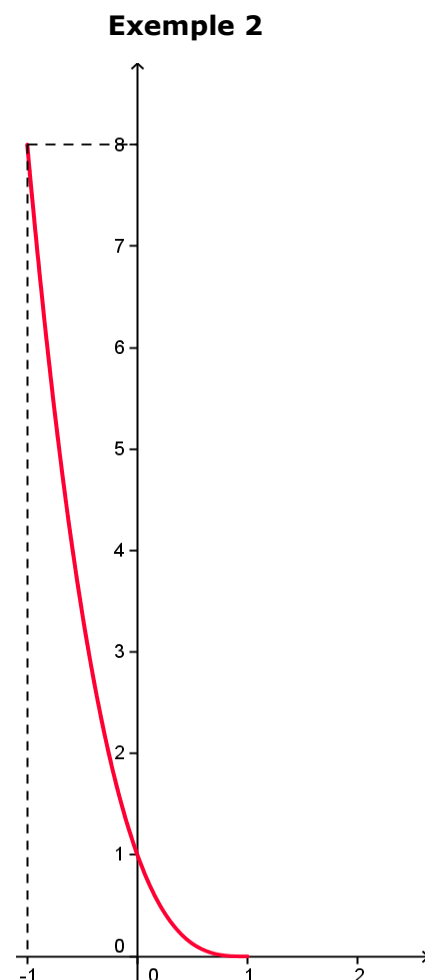
## I) Sens de variation d'une fonction

### 1) Fonction croissante. Fonction décroissante

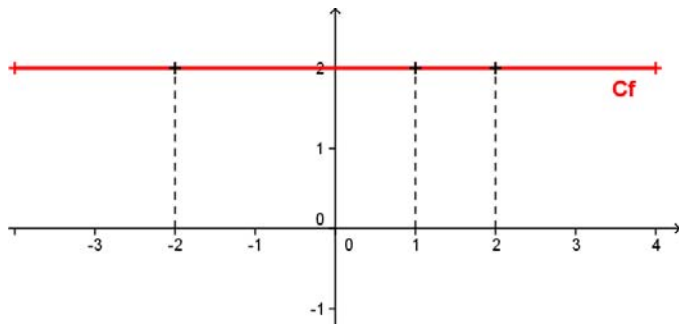
- Une fonction  $f$  est **croissante** :  
Lorsque les abscisses  $x$  augmentent, les ordonnées  $f(x)$  augmentent aussi  
C'est-à-dire qu'elle est croissante si sa courbe représentative **monte** lorsqu'on la parcourt dans le sens de l'axe des abscisses.
- Une fonction  $f$  est **décroissante** :  
Lorsque les abscisses  $x$  augmentent, les ordonnées  $f(x)$  **diminuent**  
C'est-à-dire qu'elle est décroissante si sa courbe représentative **descend** lorsqu'on la parcourt dans le sens de l'axe des abscisses.
- Une fonction  $f$  est **constante**:  
Lorsque quelque soit l'abscisse  $x$ , l'ordonnée  $f(x)$  a toujours la même valeur



**La fonction  $f$  est croissante sur  $[0 ; 3]$  :**  
Sa courbe représentative **monte**  
Lorsqu'on la parcourt dans le sens  
de l'axe des abscisses entre  $x = 0$  et  $x = 3$



**La fonction  $f$  est décroissante sur  $[-1 ; 1]$  :**  
Sa courbe représentative **descend**  
lorsqu'on la parcourt dans le sens  
de l'axe des abscisses entre  $x = -1$  et  $x = 1$



La fonction  $f$  est constante sur l'intervalle  $[-4 ; 4]$ , pour tout  $x$  de cet intervalle l'ordonnée a toujours la même valeur : Dans notre exemple 2.  
La fonction constante est toujours représentée par **une droite parallèle à l'axe des abscisses**

## 2) Variations d'une fonction et tableau de variations d'une courbe représentative

### a) Variations d'une fonction

Etudier les variations d'une fonction, c'est trouver le(s) intervalle(s) sur le(s)quel(s) la fonction  $f$  est croissante, décroissante ou constante.

### b) Tableau de variations d'une fonction

Les variations d'une fonction peuvent se résumer dans un tableau de variation, où l'on indique uniquement **si la courbe monte, descend ou est stable**. Dans la première ligne on indique les valeurs importantes de  $x$  et dans la seconde les variations de  $f$ : on lit les flèches de gauche à droite si la flèche monte, la fonction est croissante, si elle descend, elle est décroissante, si elle est horizontale, elle est constante. Aux extrémités de chaque flèche, on indique les valeurs atteintes par la fonction  $f$ .

En reprenant les trois exemples ci-dessus :

#### Dans l'exemple 1 :

La fonction  $f$  est croissante sur l'intervalle  $[0 ; 3]$ . Son tableau de variation est :

$x$	0	3
$f(x)$	3	9

↗

Sur l'intervalle  $[0 ; 3]$ ,  
Les ordonnées montent de 3 à 9

#### Dans l'exemple 2 :

La fonction  $f$  est décroissante sur l'intervalle  $[-1 ; 1]$ . Son tableau de variation est :

$x$	-1	1
$f(x)$	8	0

↘

Sur l'intervalle  $[-1 ; 1]$ ,  
les ordonnées descendent de 8 à 0

#### Dans l'exemple 3 :

La fonction  $f$  est constante sur l'intervalle  $[0 ; 3]$ . Son tableau de variation est :

$x$	-4	4
$f(x)$	2	2

→

La fonction  $f$  est constante sur l'intervalle  $[-4 ; 4]$ ,  
 $f(x)$  prend toujours la valeur 2

### III) Extremums d'une fonction

#### 1) Définitions

- **Le maximum** d'une fonction  $f$  sur un intervalle  $I$  est la plus grande valeur atteinte par cette fonction sur cet intervalle.
- **Le minimum** d'une fonction  $f$  sur un intervalle  $I$  est la plus petite valeur atteinte par cette fonction sur cet intervalle.
- **Un extremum** d'une fonction  $f$  sur un intervalle  $I$  est un maximum ou un minimum de cette fonction  $f$  sur l'intervalle.  $I$ .

#### 2) Exemples :

Reprenons les deux exemples précédents :

**Dans l'exemple 1 :**

La plus grande valeur prise par  $f$  sur l'intervalle  $[0 ; 3]$  est 9 et la plus petite est 0  
Le maximum de  $f$  sur l'intervalle  $[0 ; 3]$  est 9, son minimum sur cet intervalle est 0

**Dans l'exemple 2 :**

La plus grande valeur prise par  $f$  sur l'intervalle  $[-1 ; 1]$  est 8 et la plus petite est 0  
Le maximum de  $f$  sur l'intervalle  $[-1 ; 1]$  est 8 son minimum sur cet intervalle est 0

## IV) Récapitulatif sous forme d'exemple :

Voici la courbe représentative d'une fonction  $f$  sur l'intervalle  $[-2 ; 3]$ :



- 1) Décrire les variations de la fonction  $f$
- 2) Dresser son tableau de variation.
- 3) Quels sont les extremums de cette fonction ?

- 1)
  - La fonction  $f$  est croissante sur l'intervalle  $[-2 ; -1]$
  - La fonction  $f$  est décroissante sur l'intervalle  $[-1 ; 2]$
  - La fonction  $f$  est croissante sur l'intervalle  $[2 ; 3]$

2) Le tableau de variation est donc :

$x$	-2	-1	2	3
$f(x)$	0	5,5	-8	-2,5

- 3) La plus grande valeur prise par  $f$  sur l'intervalle  $[-2 ; 3]$  est 5,5.

**Donc  $f$  admet en -1 un maximum qui est 5,5**

La plus petite valeur prise par  $f$  sur l'intervalle  $[-2 ; 3]$  est -8.

**Donc  $f$  admet en 2 un minimum qui est -8**