

Signe d'un produit et d'un quotient

I) Signe du binôme (Rappel)

1) Propriété :

Le signe du binôme $ax + b$ est le même que celui de a sur $[-\frac{b}{a}; +\infty[$ et il est l'opposé de celui de a sur $]-\infty; -\frac{b}{a}]$

2) Tableau de signe du binôme $ax + b$:

a) Cas où $a > 0$

x	$-\infty$	$-\frac{b}{a}$	$+\infty$
$ax + b$	-	0	+

b) Cas où $a < 0$

x	$-\infty$	$-\frac{b}{a}$	$+\infty$
$ax + b$	+	0	-

II) Signe d'un produit

1) Règle des signes

Le produit de deux nombres de même signe est positif
Le produit de deux nombres de signes différents est négatif

Exemple :

$$(+3) \times (+7) = +21$$

$$(-5) \times (+8) = -40$$

$$(+9) \times (-7) = -63$$

$$(-6) \times (-9) = +54$$

Ils ont le même signe donc le produit est positif

Ils ont des signes différents donc le produit est négatif

Ils ont des signes différents donc le produit est négatif

Ils ont le même signe donc le produit est positif

2) Etude de signe d'un produit

Méthode :

Exemple 1 : Etude du signe de $(x + 12)(4x + 16)$

a) On résout séparément chaque équation :

$$\begin{array}{lcl} x + 12 = 0 & ; & 4x + 16 = 0 \\ x = -12 & ; & 4x = -16 \\ x = -12 & ; & x = -16 \div 4 = -4 \\ x + 12 = 0 \text{ a pour solution } \mathbf{-12} & \text{et} & 4x + 16 = 0 \text{ a pour solution } \mathbf{-4} \end{array}$$

b) On fait un tableau de signe on y inscrit les solutions par ordre croissant.

$-12 < -4$ on a donc :

x	$-\infty$	-12	-4	$+\infty$
$x + 12$	-	0	+	+
$4x + 16$	-	-	0	+
$(x + 12)(4x + 16)$	+	0	-	+

c) On utilise ce que nous avons appris sur le signe du binôme :

pour $x + 12$ et pour $4x + 16$ séparément !!

d) On utilise là règle des signes du produit de deux nombres :

$$- \times - = + \qquad + \times - = - \qquad + \times + = +$$

e) On conclut :

$$(x + 12)(4x + 16) \geq 0 \text{ pour } x \in]-\infty; -12] \cup [-4; +\infty[$$

$$(x + 12)(4x + 16) \leq 0 \text{ pour } x \in [-12; -4]$$

Exemple 2 : Etude du signe de $(x - 7)(12 - 5x)$

a) On résout séparément chaque équation :

$$\begin{array}{lcl} x - 7 = 0 & ; & 12 - 5x = 0 \\ x = 7 & ; & 12 = 5x \\ x = 7 & ; & x = \frac{12}{5} \end{array}$$

$x - 7 = 0$ a pour solution **7** et $12 - 5x = 0$ a pour solution $\frac{12}{5}$

b) On fait un tableau de signe on y inscrit les solutions par ordre croissant.

$\frac{12}{5} < 7$ on a donc :

x	$-\infty$	$\frac{12}{5}$	7	$+\infty$		
$12 - 5x$		+	0	-	-	
$x - 7$		-	-	0	+	
$(x - 7)(12 - 5x)$		-	0	+	0	-

c) On utilise ce que nous avons appris sur le signe du binôme :

pour $12 - 5x$ et pour $x - 7$ séparément !!

Attention au cas où le signe devant x est négatif comme pour $12 - 5x$

d) On utilise là règle des signes du produit de deux nombres :

$$+ \times - = - \qquad - \times - = + \qquad - \times + = -$$

e) On conclut :

$$(x - 7)(12 - 5x) \leq 0 \text{ pour } x \in]-\infty ; \frac{12}{5}] \cup [7 ; +\infty[$$

$$(x - 7)(12 - 5x) \geq 0 \text{ pour } x \in [\frac{12}{5} ; 7]$$

III) Signe du quotient

1) Règle des signes

**Le quotient de deux nombres de même signe est positif
Le quotient de deux nombres de signes différents est négatif**

Exemple :

$$(+21) \div (+7) = +3$$

$$(-15) \div (+3) = -5$$

$$(+27) \div (-9) = -3$$

$$(-36) \times (-6) = +6$$

Ils ont le même signe donc le quotient est positif

Ils ont des signes différents donc le quotient est négatif

Ils ont des signes différents donc le quotient est négatif

Ils ont le même signe donc le quotient est positif

2) Etude de signe d'un quotient

Méthode :

Exemple 1 : Etude du signe de $\frac{x+12}{4x+16}$

a) On résout séparément chaque équation :

$$x + 12 = 0$$

$$x = -12$$

$$x = -12$$

$x + 12 = 0$ a pour solution **-12** et $4x + 16 = 0$ a pour solution **-4**

;

;

;

$$4x + 16 = 0$$

$$4x = -16$$

$$x = -16 \div 4 = -4$$

Mais cette fois ci Attention !!!!! Le dénominateur doit être différent de 0 !!!!!

b) On fait un tableau de signe on y inscrit les solutions par ordre croissant.

$-12 < -4$ on a donc :

x	$-\infty$		-12		-4		$+\infty$
$x + 12$		-	0	+		+	
$4x + 16$		-		-	0	+	
$\frac{x + 12}{4x + 16}$		+	0	-		+	

c) On utilise ce que nous avons appris sur le signe du binôme : pour $x + 12$ et pour $4x + 16$ séparément !!

d) On utilise la règle des signes du quotient de deux nombres :

$$- \div - = +$$

$$+ \div - = -$$

$$+ \div + = +$$

e) On conclut :

$$\frac{x+12}{4x+16} \geq 0 \text{ pour } x \in]-\infty; -12] \cup]-4; +\infty[$$

$$\frac{x+12}{4x+16} \leq 0 \text{ pour } x \in [-12; -4[$$

La double barre indique que 4 est une **valeur interdite !!!!!**

Exemple 2 : Etude du signe de $\frac{x-7}{12-5x}$

a) On résout séparément chaque équation :

$$\begin{array}{lcl} x-7=0 & ; & 12-5x=0 \\ x=7 & ; & 12=5x \\ x=7 & ; & x=\frac{12}{5} \end{array}$$

$x-7=0$ a pour solution **7** et $12-5x=0$ a pour solution $\frac{12}{5}$

Mais cette fois ci Attention !!!!! Le dénominateur doit être différent de 0 !!!!

b) On fait un tableau de signe on y inscrit les solutions par ordre croissant.

$\frac{12}{5} < 7$ on a donc :

x	$-\infty$	$\frac{12}{5}$	7	$+\infty$	
$12-5x$		+	0	-	
$x-7$		-	-	0	+
$\frac{x-7}{12-5x}$		-	+	0	-

La double barre indique que $\frac{12}{5}$ est une **valeur interdite !!!!**

c) On utilise ce que nous avons appris sur le signe du binôme :

pour $12-5x$ et pour $x-7$ séparément !!

Attention au cas où le signe devant x est négatif comme pour $12-5x$

d) On utilise là règle des signes du quotient de deux nombres :

$$+ \div - = - \qquad - \div - = + \qquad - \div + = -$$

e) On conclut :

$$\frac{x-7}{12-5x} \leq 0 \text{ pour } x \in]-\infty; \frac{12}{5}[\cup [7; +\infty[$$

$$\frac{x-7}{12-5x} \geq 0 \text{ pour } x \in]\frac{12}{5}; 7]$$