Droites parallèles. Droites sécantes

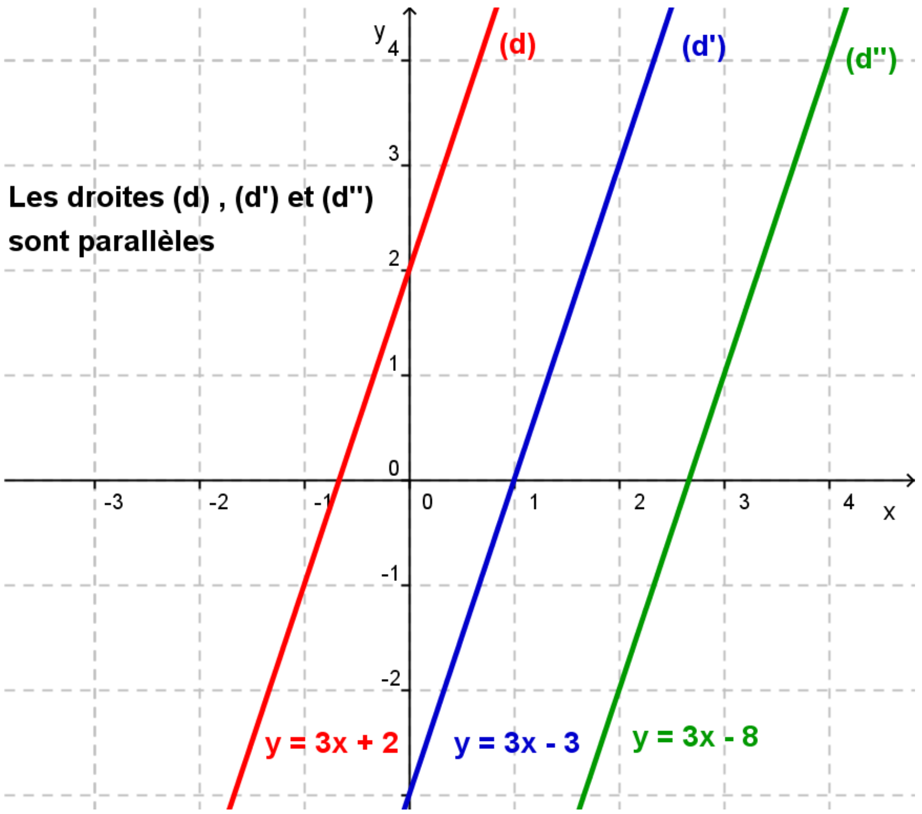
I) Droites parallèles

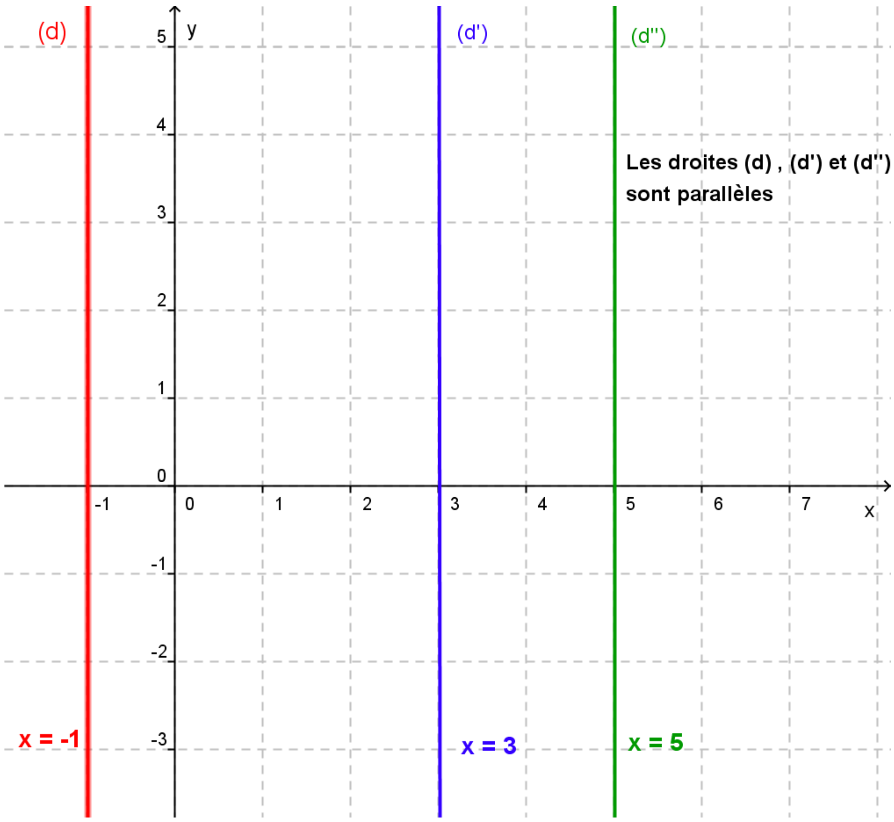
1) Propriété

Les nombres m , m’, p et p’ représentent des nombres réels :

Dans un repère :
• Les droites (d) et (d’) dont les équations sont respectivement : $y = \mathrm{m}x + \mathrm{p}$ et $y = \mathrm{m}'x + \mathrm{p}'$ sont parallèles si, et seulement si, $\mathrm{m} = \mathrm{m}'$

• Toutes les droites verticales, de la forme $x = \mathrm{c}$, c étant un nombre réel , sont parallèles entre elles .





2) Exemples

Exemple 1:

Soit (d) la droite d'équation: $y = \mathbf{5}x + 7$ et (d') la droite d'équation $y = \mathbf{5}x - 4$
Les droites (d) et (d') sont parallèles car elles ont le même coefficient directeur

Exemple 2:

Soit (d) la droite d'équation: $y = \mathbf{4}x + 2$ et (d') la droite d'équation $y = -\mathbf{4}x + 1$
Les droites (d) et (d') ne sont pas parallèles car elles n'ont pas le même coefficient directeur : $4 \neq -4$

Exemple 3:

Soit (d) la droite d'équation $x = 2$ et (d') la droite d'équation $x = 12$.
Les droites (d) et (d') sont parallèles car elles sont toutes les deux de la forme $x = c$, donc toutes les deux verticales.

II) Droites sécantes

1) Définition

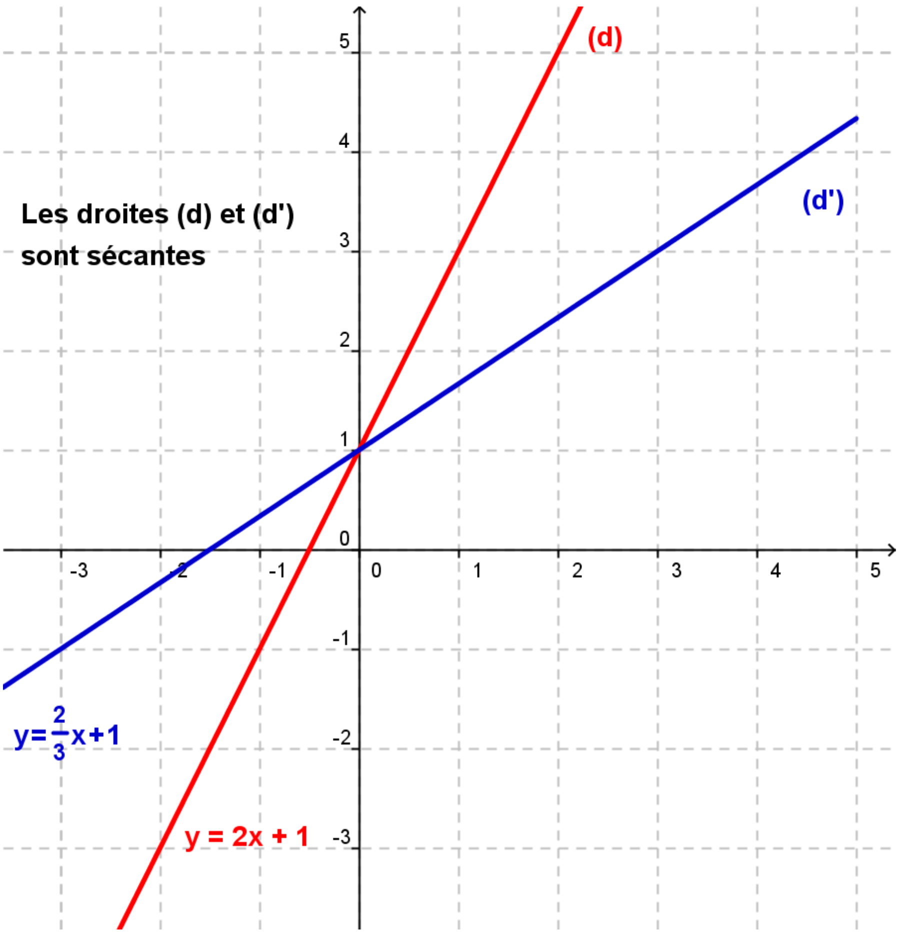
Deux droites sont sécantes si, et seulement si, elles ne sont pas parallèles.

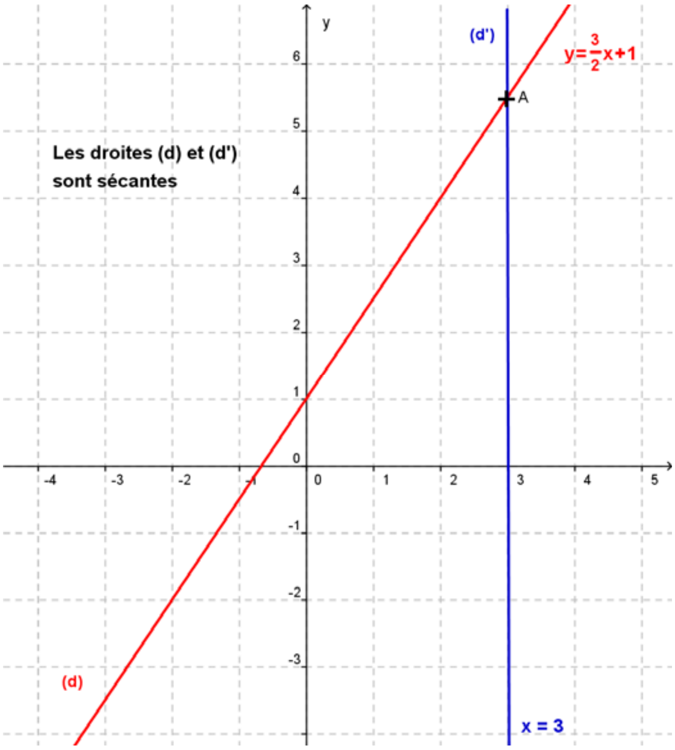
Conséquence : m , p et c désignent des nombres réels :

• Dans un repère, la droite (d) d'équation $y = \mathrm{m}x + \mathrm{p}$ et la droite (d') d'équation $y = \mathrm{m}'x + \mathrm{p}'$ sont sécantes si, et seulement si, $\mathrm{m} \neq \mathrm{m}'$

• Dans un repère, la droite (d) d'équation $x = c$ et la droite d'équation $y = mx + \mathrm{p}$ sont toujours sécantes.

.





Exemples :

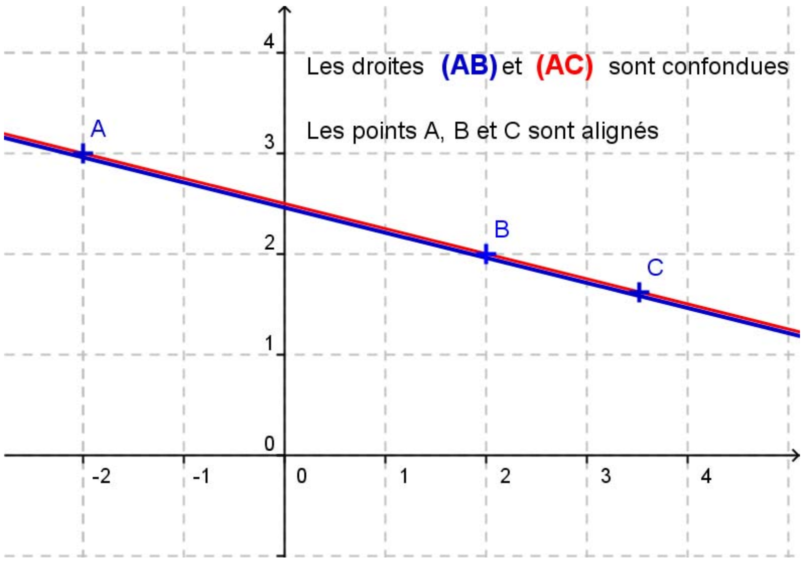
• Soit (d) la droite d'équation: $y = \mathbf{7}x - 2$ et (d') la droite d'équation $y = -\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{4}}x + 1$
Les droites (d) et (d') sont sécantes car elles n'ont pas le même coefficient directeur :
$\mathbf{7} \neq \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{4}}$

• La droite (d) d'équation $y = \mathbf{7}x + 8$ et la droite (d') d'équation $x = 2$ sont sécantes.

III) Alignement de trois points

1) Propriété

A, B et C sont trois points deux à deux distincts.
Les points A, B et C sont alignés si, et seulement si, les droites (AB) et (AC) ont le même coefficient directeur ou bien si A, B et C ont la même abscisse



2) Méthode

Exemple 1:
Prouver que les points A(2 ; 2) ; B(1 ; -1) et C(4 ; 8) sont des points alignés.

- **On calcule le coefficient directeur de la droite (AB) :**

$$\mathrm{m} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{-1-2}{1-2} = \frac{-3}{-1} = \mathbf{3}$$

- **On calcule le coefficient directeur de la droite (AC) :**

$$\mathrm{m}' = \frac{y_C - y_A}{x_C - x_A} = \frac{8-2}{4-2} = \frac{6}{2} = \mathbf{3}$$

- **On compare les résultats et on conclut:**

$\mathrm{m} = \mathrm{m}' = 3$ .Les droites (AB) et (AC) ont le même coefficient directeur

Les points A, B et C sont alignés.

Exemple 2:
Prouver que les points A(**2** ; 2) ; B(**2** ; -1) et C(**2** ; 8) sont des points alignés.

On remarque que les points A, B et C ont la même abscisse **2**, alors les points A, B et C sont bien alignés. (ils appartiennent à la droite d'équation $x = 2$).

Exemple 3:
Les points A(3 ; 2) ; B(5 ; 4) et C(2 ; 0) sont-ils alignés ?

- **On calcule le coefficient directeur de la droite (AB) :**

$$\mathrm{m} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{4-2}{5-3} = \frac{2}{2} = 1$$

- **On calcule le coefficient directeur de la droite (AC) :**

$$\mathrm{m}' = \frac{y_C - y_A}{x_C - x_A} = \frac{0-2}{2-3} = \frac{-2}{-1} = \mathbf{2}$$

- **On compare les résultats et on conclut:**

$\mathrm{m} \neq \mathrm{m}'$.Les droites (AB) et (AC) n'ont pas le même coefficient directeur

Les points A, B et C ne sont pas alignés.

IV) Point d'intersection de deux droites sécantes

Exemple : Soit (d) la droite d'équation $y = 3x - 1$ et (d') la droite d'équation $y = 2x + 1$.
Déterminer les coordonnées du point d'intersection des droites (d) et (d').

1) Méthode pour déterminer les coordonnées du point d'intersection de deux droites

a) On vérifie que les droites (d) et (d') soient sécantes.
Les deux droites n'ont pas le même coefficient directeur ($3 \neq 2$), donc elles sont bien sécantes.
b) Appelons A le point d'intersection de ces deux droites.
A $\in$ (d) alors $y_A = 3x_A - 1$
A $\in$ (d') alors $y_A = 2x_A + 1$.

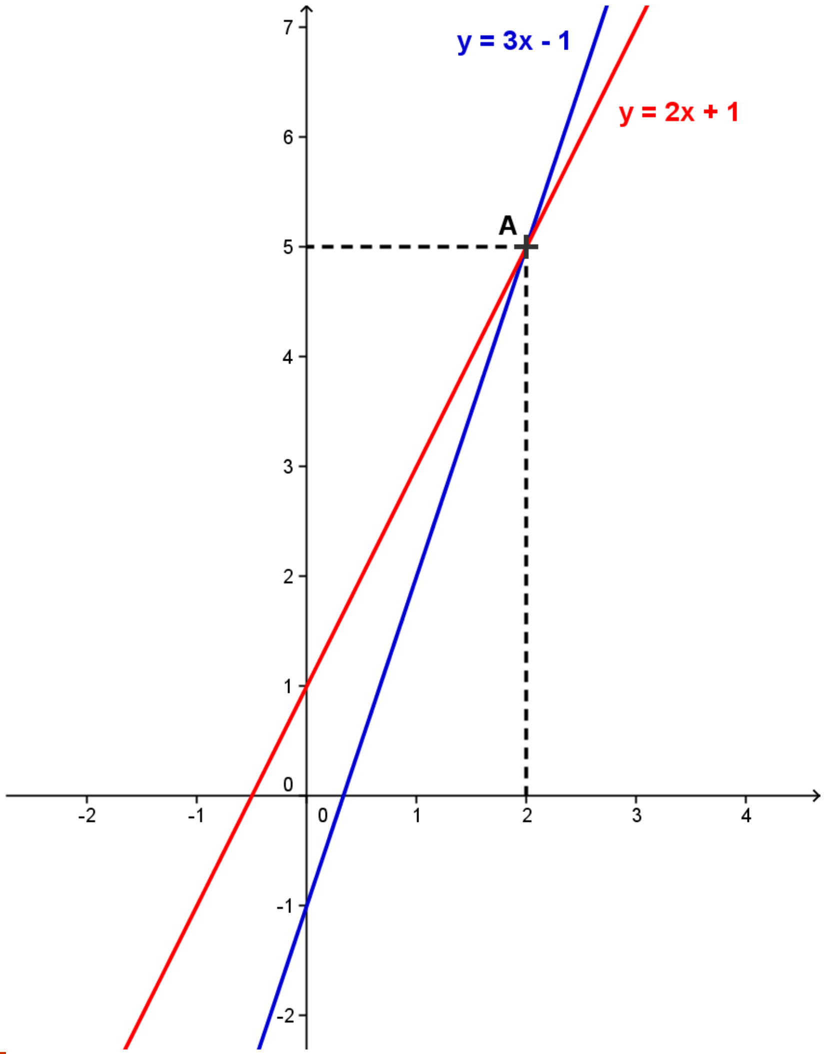
On a donc $3x_A - 1 = 2x_A + 1$.

Il suffit de résoudre l'équation pour trouver la valeur de x_A.
$3x_A - 2x_A = 1 + 1 = 2$ $\boldsymbol{x_A = 2}$

Il suffit de remplacer x_A par sa valeur dans l'une des deux équations de droites
On prend par exemple la première : $y_A = 3 \times 2 - 1$ $y_A = 6 - 1$ $\boldsymbol{y_A = 5}$

Le point d'intersection des deux droites est le point A de coordonnées (2 ; 5)

2) Lecture graphique



On trace les deux droites (d) et (d’).

On lit les coordonnées du point d’intersection : A(2 ;5)

Cela nous permet de vérifier notre résultat précédent