Puissances d'exposant entier relatif

I) Définitions

Puissance d'exposant positif	Puissant d'exposant négatif
Le nombre a est un nombre relatif et le nombre n est un entier supérieur ou égal à 1 $a^n = \underbrace{a \times a \times a \ldots\ldots \times a}_{n \text{ facteurs}}$ **a^n se lit « a exposant n ».** $a^1 = a$ $a^0 = 1$ **pour** $a \neq 0$ ***Les cas particuliers sont :*** a^2 **se lit « a au carré »** $a^2 = a \times a$ a^3 **se lit « a au cube »** $a^3 = a \times a \times a$	**Le nombre a est un entier relatif différent de 0 et le nombre n est un entier supérieur ou égal à 1 :** **L'inverse de a^n se note a^{-n} et on a :** $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ $\quad a^{-1} = \frac{1}{a}$ $\quad a^{-2} = \frac{1}{a^2}$
Exemples : $2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$ $2000^1 = 2000$ $19999^0 = 1$ $(-5)^3 = (-5) \times (-5) \times (-5) = -125$ $(-5)^2 = (-5) \times (-5) = 25$	**Exemples :** $2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{2\times2\times2} = \frac{1}{8} = 0{,}125$ $3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$ $(-5)^{-4} = \frac{1}{(-5)^4} = \frac{1}{(-5)\times(-5)\times(-5)\times(-5)} = \frac{1}{625} = 0{,}0016$

II) Les puissances de 10

Puissance d'exposant positif	Puissant d'exposant négatif
Quel que soit l'entier positif n supérieur ou égal à 1 : $10^n = \underbrace{10 \times 10 \times 10 \ldots\ldots \times 10}_{n \text{ facteurs}} = \underbrace{100 \ldots\ldots 0}_{n \text{ zéros}}$ **et** $10^0 = 1$	$10^{-n} = \frac{1}{10^n} = \underbrace{0{,}0\ldots\ldots01}_{n \text{ zéros}}$
Exemples : $10^3 = \underbrace{1000}_{3 \text{ zéros}}$ $\quad 10^0 = 1$	**Exemples :** $10^{-4} = \underbrace{0{,}0001}_{4 \text{ zéros}}$ $\quad 10^{-1} = \underbrace{0{,}1}_{1 \text{ zéro}}$

III) Propriétés

1) Formules

(Une explication des formules est donnée dans les cours de 4e)

Les nombre a ,b, m et n sont des entiers relatifs :

- $a^m \times a^n = a^{m+n}$
- $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ $(a \neq 0)$
- $a^m \times b^m = (a \times b)^m$
- $(a^m)^n = a^{m \times n}$

2) Exemples :

Exemple 1 : Ecrire A sous la forme d'une seule puissance de 5

A = $5^2 \times 5^4$

A = 5^{2+4}

Donc $A = 5^6$

Exemple 2 : Ecrire A sous la forme d'une seule puissance de 5

A = $\frac{5^6}{5^2}$

A =5^{6-2}

Donc $A = 5^4$

Exemple 3 : Ecrire B sous la forme d'une seule puissance de 3

A = $\frac{3^4}{3^7}$

A = 3^{4-7}

$A = 3^{-3}$

Exemple 4 : Ecrire A sous la forme a^n, où a est un nombre relatif et n un entier relatif

A = $5^3 \times 2^3$

A = $(5 \times 2)^3$

A = 10^3

Exemple 5 : Ecrire A sous la forme a^n, où a est un nombre relatif et n un entier relatif

$A = (5^4)^3$

$A = 5^{4 \times 3}$

A = 5^{12}