

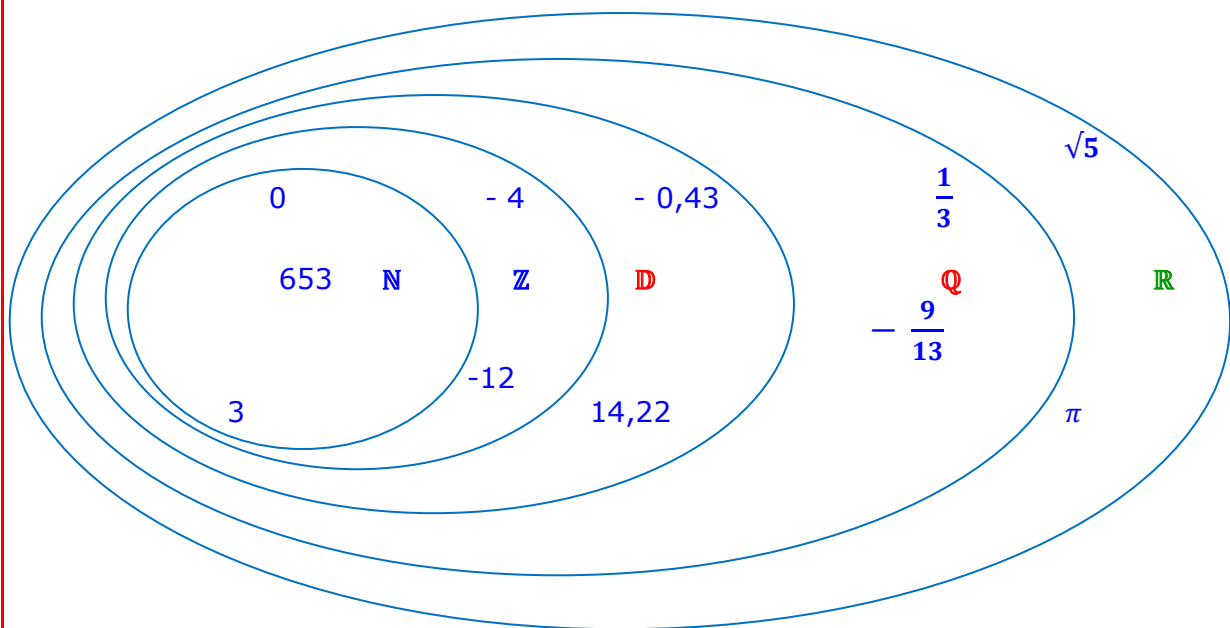
Résumé : Les ensembles de nombres.

Intervalles de $\mathbb{R}$

I) Les différents types de nombres $\mathbb{N}$; $\mathbb{Z}$; $\mathbb{D}$; $\mathbb{Q}$; $\mathbb{R}$:

1) Définitions et notations

Ensembles de nombres :	Notation :	Définition :	Exemples :
Les nombres entiers naturels	$\mathbb{N}$	$\mathbb{N} = \{0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; \dots\}$ $\mathbb{N}$ est l'ensemble des nombres entiers positifs ou nul	$0 ; 1 ; 2 ; 3$
Les nombres entiers relatifs	$\mathbb{Z}$	$\mathbb{Z} = \{\dots ; -4 ; -3 ; -2 ; -1 ; 0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; \dots\}$ $\mathbb{Z}$ est l'ensemble des nombres entiers positifs, négatifs ou nuls $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$	$4 ; -3 ; -2 ; -1 ; 0 ; 1 ; 2$
Les nombres décimaux	$\mathbb{D}$	$\mathbb{D}$ est l'ensemble des nombres qui peuvent s'écrire sous la forme d'une fraction dont le dénominateur est une puissance de 10 : c'est-à-dire sous la forme $\frac{a}{10^n}$ avec le nombre $a \in \mathbb{Z}$ et $n \in \mathbb{N}$	$\frac{1}{100} ; \frac{7}{5} = \frac{14}{10}$ $-3,203 = \frac{3\,203}{1\,000}$ $\frac{3}{8} = \frac{37,5}{100} = \frac{375}{1000}$
Les nombres rationnels	$\mathbb{Q}$	$\mathbb{Q}$ est l'ensemble des nombres qui peuvent s'écrire sous la forme d'un quotient $\frac{a}{b}$ avec a et b entier relatif non nul.	$\frac{1}{3} ; \frac{7}{5} ; 3 = \frac{3}{1}$ $2,5 = \frac{25}{10}$
Les nombres irrationnels		Les nombres qui ne sont pas rationnels s'appellent les nombres irrationnels . Ce sont tous les nombres ayant une infinité de chiffre après la virgule et qui ne peuvent s'écrire sous la forme $\frac{a}{b}$ avec a entier relatif et b entier relatif non nul. Par exemples $\sqrt{2} ; \sqrt{7} ; \pi$ sont des nombres irrationnels.	$\sqrt{2} ; \pi ; \sqrt{3}$
Les nombres réels	$\mathbb{R}$	L'ensemble des nombre réels est formé de l'ensemble de tous les nombres rationnels et irrationnels. Cet ensemble est noté $\mathbb{R}$.	$\sqrt{2} ; \pi ; \frac{7}{5} ; -3,203 ; -2 ; 3$



On écrit : $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$ pour exprimer que chaque ensemble de nombres est **inclus** dans le précédent (c'est à dire que tous les nombres d'un ensemble appartiennent aussi aux ensembles situés à droite dans la relation)

Remarque : $-5 \in \mathbb{Z}$ mais $-5 \notin \mathbb{N}$; $\frac{1}{3} \in \mathbb{Q}$ mais $\frac{1}{3} \notin \mathbb{D}$; $\sqrt{2} \in \mathbb{R}$ mais $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$

II) La droite numérique

1) Définition :

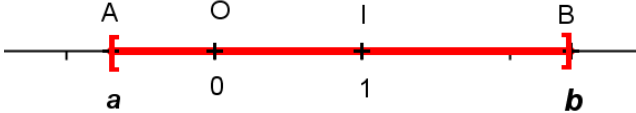
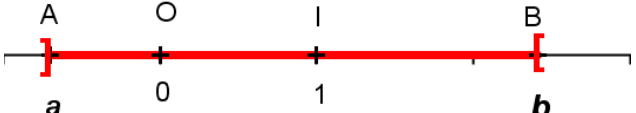
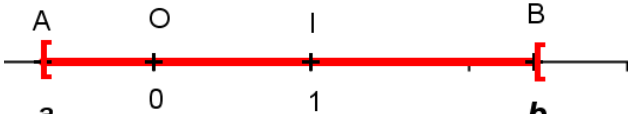
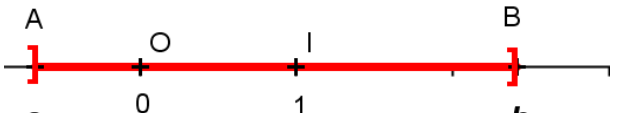
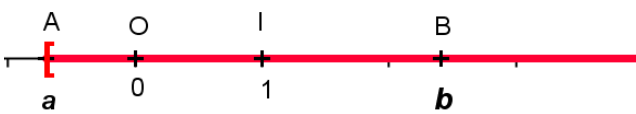
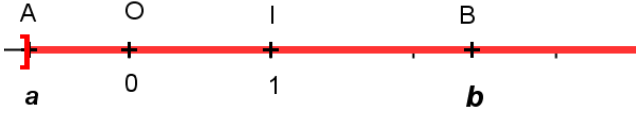
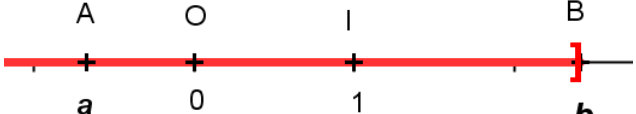
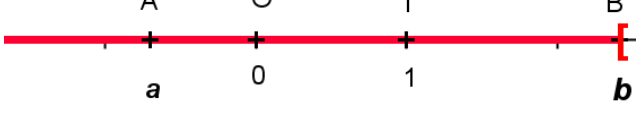
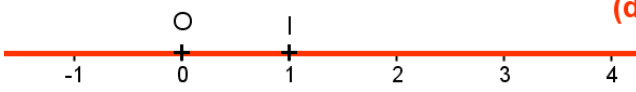
A tout point M d'une droite graduée lui correspond un unique nombre réel x appelé abscisse du point M dans le repère (O, I).

Réciproquement à tout nombre réel x lui correspond un unique point M de la droite graduée appelée **droite numérique**.

Remarque importante : L'ensemble des nombres réels est noté $\mathbb{R}$, il contient tous les nombres connus et étudiés en classe de seconde, cet ensemble est infini et totalement ordonné, ce qui signifie qu'étant donné deux nombres a et b quelconques, on peut toujours écrire $a < b$ ou $a = b$ ou $a > b$. On peut représenter géométriquement l'ensemble des nombres réels par une droite orientée munie d'une origine, correspondant au nombre 0, et une unité de longueur, correspondant au nombre.

III) Les intervalles de $\mathbb{R}$

1) Les neuf types d'intervalles sont dans le tableau ci-dessous :

M	Nombres x	Représentation graphique	Notation intervalle
$M \in [AB]$	$a \leq x \leq b$		$[a ; b]$
$M \in]AB[$	$a < x < b$		$]a ; b[$
$M \in [AB[$	$a \leq x < b$		$[a ; b[$
$M \in]AB]$	$a < x \leq b$		$]a ; b]$
$M \in [AB)$	$x \geq a$		$[a ; +\infty[$
$M \in]AB)$	$x > a$		$]a ; +\infty [$
$M \in [BA)$	$x \leq b$		$] - \infty ; b]$
$M \in]BA)$	$x < b$		$] - \infty ; b[$
$M \in (d)$	$x \in \mathbb{R}$		$] - \infty ; +\infty [$

3) Intersections d'intervalles

a) Définition

Soit E et F deux ensembles quelconques. On appelle intersection de E et F , et on note $E \cap F$, l'ensemble des éléments qui sont communs à E et F .

En d'autres termes, x est un élément de $E \cap F$ si et seulement si x est un élément de E **ET x est un élément de F .**

Exemple :

$$[5 ; 7] \cap [4 ; 6] = [5 ; 6]$$

4) Réunions d'intervalles

a) Définition

Soit E et F deux ensembles quelconques. On appelle réunion de E et F , et on note $E \cup F$, l'ensemble des éléments qui sont soit dans E , soit dans F .

En d'autres termes, x est un élément de $E \cup F$ si et seulement si x est un élément de E **OU x est un élément de F .**

Exemple :

$$[5 ; 7] \cup [4 ; 6] = [4 ; 7]$$